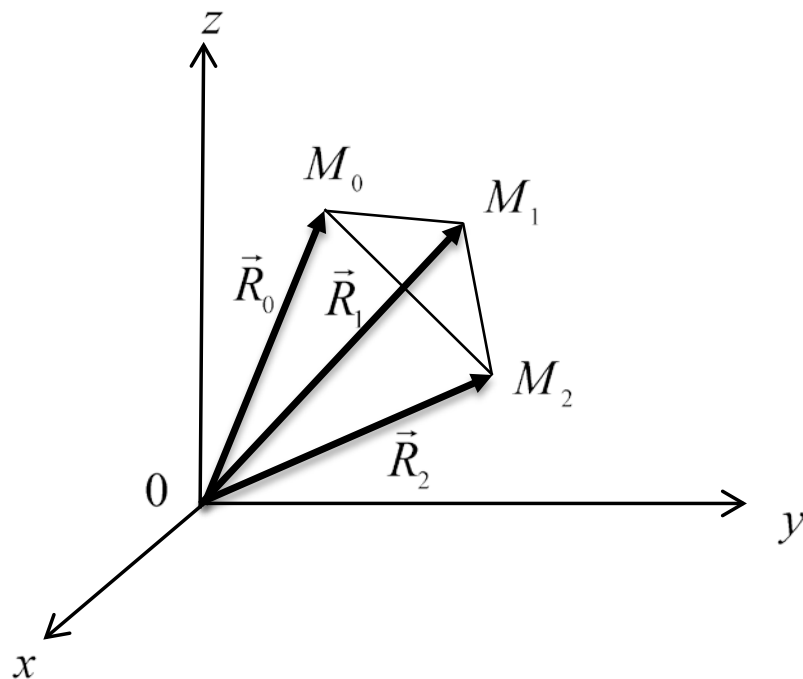


АСПАН МЕХАНИКАСЫ

*Дәріскер
ф.-м.ғ.к., асс.профессор Алимгазина Н.Ш.*

9-дәріс. Үш дене есебі

$$\begin{aligned}\ddot{\vec{R}}_0 &= Gm_1 \frac{\vec{R}_1 - \vec{R}_0}{\Delta_{01}^3} + Gm_2 \frac{\vec{R}_2 - \vec{R}_0}{\Delta_{02}^3}, \\ \ddot{\vec{R}}_1 &= Gm_0 \frac{\vec{R}_0 - \vec{R}_1}{\Delta_{01}^3} + Gm_2 \frac{\vec{R}_2 - \vec{R}_1}{\Delta_{12}^3}, \\ \ddot{\vec{R}}_2 &= Gm_0 \frac{\vec{R}_0 - \vec{R}_2}{\Delta_{02}^3} + Gm_1 \frac{\vec{R}_1 - \vec{R}_2}{\Delta_{12}^3}.\end{aligned}\tag{5.1}$$



5.1 Үш дененің шектеулі есебі

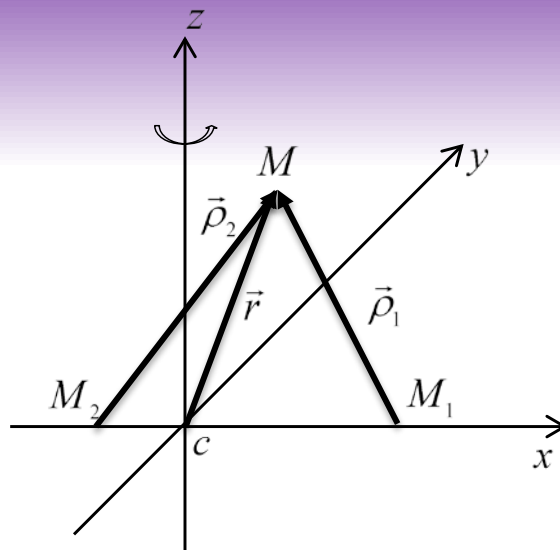
$m \equiv m_0 \ll m_1, m_2$ жағдай – үш дененің шектеулі есебі

$$n = \frac{G(m_1 + m_2)}{a^{3/2}} \quad (5.2)$$

$$\ddot{\vec{R}} = Gm_1 \frac{\vec{R}_1 - \vec{R}}{\rho_1^3} + Gm_2 \frac{\vec{R}_2 - \vec{R}}{\rho_2^3}, \quad (5.3)$$

$$\ddot{\vec{r}} = -2\vec{n} \times \dot{\vec{r}} - \vec{n} \times \vec{n} \times \vec{r} - Gm_1 \frac{\vec{\rho}_1}{\rho_1^3} - Gm_2 \frac{\vec{\rho}_2}{\rho_2^3}, \quad (5.4)$$

осында $\vec{n}$ - координат жүйесінің бұрыштық жылдамдығының векторы, $\vec{r}$ - M нүктенің радиус-векторы, $\vec{\rho}_{1,2} = \vec{r} - \vec{r}_{1,2}$ - M нүктенің $M_{1,2}$ ауыр нүктелерге қарағанда орналасуын анықтайтын радиус-векторлары, $\vec{r}_{1,2}$ - $M_{1,2}$ нүктелердің радиус-векторлары



6 сурет – Үш дененің шеңберлік шектеулі есебі

$$\begin{aligned}
 \ddot{x} &= 2n\dot{y} + n^2 x + Gm_1 \frac{x_1 - x}{\rho_1^3} + Gm_2 \frac{x_2 - x}{\rho_2^3}, \\
 \ddot{y} &= -2n\dot{x} + n^2 y - Gm_1 \frac{y}{\rho_1^3} - Gm_2 \frac{y}{\rho_2^3}, \\
 \ddot{z} &= -Gm_1 \frac{z}{\rho_1^3} - Gm_2 \frac{z}{\rho_2^3}.
 \end{aligned}
 \tag{5.5}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{x} &= 2\dot{y} + x + \frac{\mu}{\rho_1^3}(1 - \mu - x) + \frac{1 - \mu}{\rho_2^3}(\mu - x), \\
\ddot{y} &= -2\dot{x} + y - \frac{\mu}{\rho_1^3}y - \frac{1 - \mu}{\rho_2^3}y, \\
\ddot{z} &= -\frac{\mu}{\rho_1^3}z - \frac{\mu}{\rho_2^3}z.
\end{aligned} \tag{5.6}$$

$$\frac{d}{dt}(v^2) = \frac{d}{dt} \left(x^2 + y^2 + \frac{2\mu}{\rho_1} + \frac{2(1 - \mu)}{\rho_2} \right), \tag{5.7}$$

осында $v^2 = \left| \dot{\vec{r}} \right|^2$. (5.7) теңдеуді интегралдау арқылы үш дененің салыстырмалы шектеулі шеңберлік есебінің бірінші интегралын – **Якоби интегралын** аламыз

$$v^2 = x^2 + y^2 + 2 \left(\frac{\mu}{\rho_1} + \frac{1 - \mu}{\rho_2} \right) - c. \tag{5.8}$$

$$\ddot{Z} = -2i\dot{Z} + Z + \frac{\mu}{\rho_1^3}(1 - \mu - Z) - \frac{1 - \mu}{\rho_2^3}(\mu + Z). \quad (5.9)$$

$$\rho_{1,2} = |Z - Z_{1,2}|.$$

$$|\dot{Z}|^2 = |Z|^2 + 2\left(\frac{\mu}{\rho_1} + \frac{1 - \mu}{\rho_2}\right). \quad (5.10)$$

$$z = \varsigma + \mu - \frac{1}{2}. \quad (5.11)$$

$$\varsigma = \cos w. \quad (5.12)$$

$$dt = \rho_1 \rho_2 d\tau. \quad (5.13)$$